

ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

1. **A')** Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{2} + 1$ και $\beta = \sqrt{2} - 1$.

i. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.

ii. Αν είναι

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } A_1 &= \alpha^1 + \beta^1 \\ \text{Δεύτερο βήμα: } A_2 &= \alpha^2 + \beta^2 \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } A_n &= \alpha^n + \beta^n \end{aligned}$$

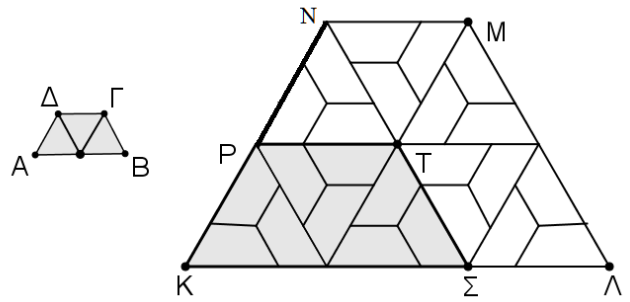
Να δείξετε ότι $A_2 \cdot A_3 = A_5 + A_1$

B') Για τις παρακάτω ισότητες να βρείτε τον τύπο του γενικού βήματος και να τον αποδείξετε.

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } 1^2 + 2^2 &= \frac{3^2 + 1}{2} \\ \text{Δεύτερο βήμα: } 2^2 + 3^2 &= \frac{5^2 + 1}{2} \\ \text{Τρίτο βήμα: } 3^2 + 4^2 &= \frac{7^2 + 1}{2} \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } \dots & \end{aligned}$$

Μονάδες: $2 + 4 + 4 = 10$

2. Α') Το μικρό πλακίδιο ΑΒΓΔ αποτελείται από τρία ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς a , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ίσα πλακίδια με το ΑΒΓΔ δημιουργούν την επιφάνεια ΚΛΜΝ. Αν η περίμετρος της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας ΚΣΤΡ είναι 15 cm :

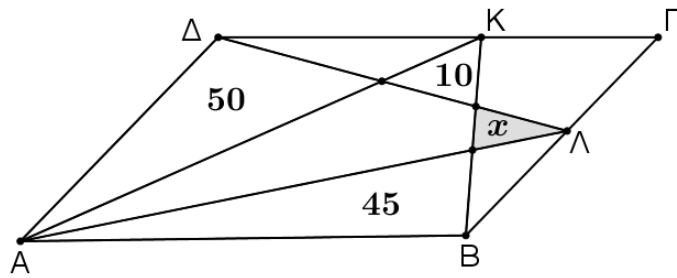


- i. Να δείξετε ότι η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 5 cm .
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση ΚΜ.

Μονάδες: $2 + 3$

Β') Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο με γνωστά τα μέτρα των εμβαδών των τριγώνων όπως φαίνεται στο σχήμα.

- i. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΛΔ και ΑΒΚ έχουν ίσα εμβαδά.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό x του γραμμοσκιασμένου τριγώνου.



Μονάδες: $2 + 3$